



Από μάθημα στο μεταπτυχιακό τμήμα του Μαθηματικού Ηρακλείου:

Αν  $F$  το σύνολο των πραγματικών συναρτήσεων με κοινό πεδίο ορισμού το κλειστό διάστημα  $\Delta=[\alpha, \beta]$  και

$M$  το σύνολο των μονότονων συναρτήσεων του  $F$

$C$  το σύνολο των συνεχών συναρτήσεων του  $F$

$D$  το σύνολο των παραγωγίσιμων συναρτήσεων του  $F$

$R$  το σύνολο των  $R$ -ολοκληρώσιμων συναρτήσεων του  $F$

$DC$  το σύνολο των Darboux συνεχών συναρτήσεων του  $F$

$A$  το σύνολο των συναρτήσεων του  $F$  που έχουν παράγουσα

Από το παραπάνω σχήμα φαίνονται οι σχέσεις εγκλεισμού που υπάρχουν μεταξύ των συνόλων αυτών. (Τα σύνολα καθορίζονται από το γράμμα κάτω αριστερά από το αντίστοιχο ορθογώνιο)

Π.χ.  $C \subseteq A$ ,  $D \subseteq C$ ,  $A \subseteq D$  και λοιπά.

**Θεώρημα:** Κάθε μία από τις περιοχές 1 έως 11 παριστάνει ένα **ΜΗ ΚΕΝΟ** σύνολο συναρτήσεων.

Υπόδειξη :

Για  $\Delta=[0, 1]$

Για τις περιοχές 1,2,3,4,5,10,11 εύκολα μπορεί κανείς να βρει παράδειγμα.

Για την 6:  $f(x)=\sin(1/x)$ ,  $x \in (0, 1]$ ,  $f(0)=0$

Για την 7: Η παραπάνω απλά για  $f(0)=1$

Για την 8:  $f(x)=2x \sin \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} \cos \frac{1}{x^2}$ ,  $x \in (0,1]$ ,  $f(0)=0$

Για την 9: Η παραπάνω απλά για  $f(0)=1$

Ελπίζω να βοήθησα με το παραπάνω σχήμα. Εμένα με είχε βοηθήσει πολύ στην κατανόηση αυτών των εννοιών.

Αποστόλης Παπαδογιαννάκης