

22/03/2021

ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ακρίβεια. Η πορεία την οποία ακολουθούμε λέγεται μελέτη της συνάρτησης και περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα :

✓ 1o Βρίσκουμε το πεδίο ορισμού της f .

✓ 2o Εξετάζουμε τη συνέχεια της f στο πεδίο ορισμού της.

3o Βρίσκουμε τις παραγώγους f' και f'' και κατασκευάζουμε τους πίνακες των προστίμων τους. Με τη βοήθεια του προσήμου της f προσδιορίζουμε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της f , ενώ με τη βοήθεια του προσήμου της f'' καθορίζουμε τα διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κούλη και βρίσκουμε τα σημεία καμπής.

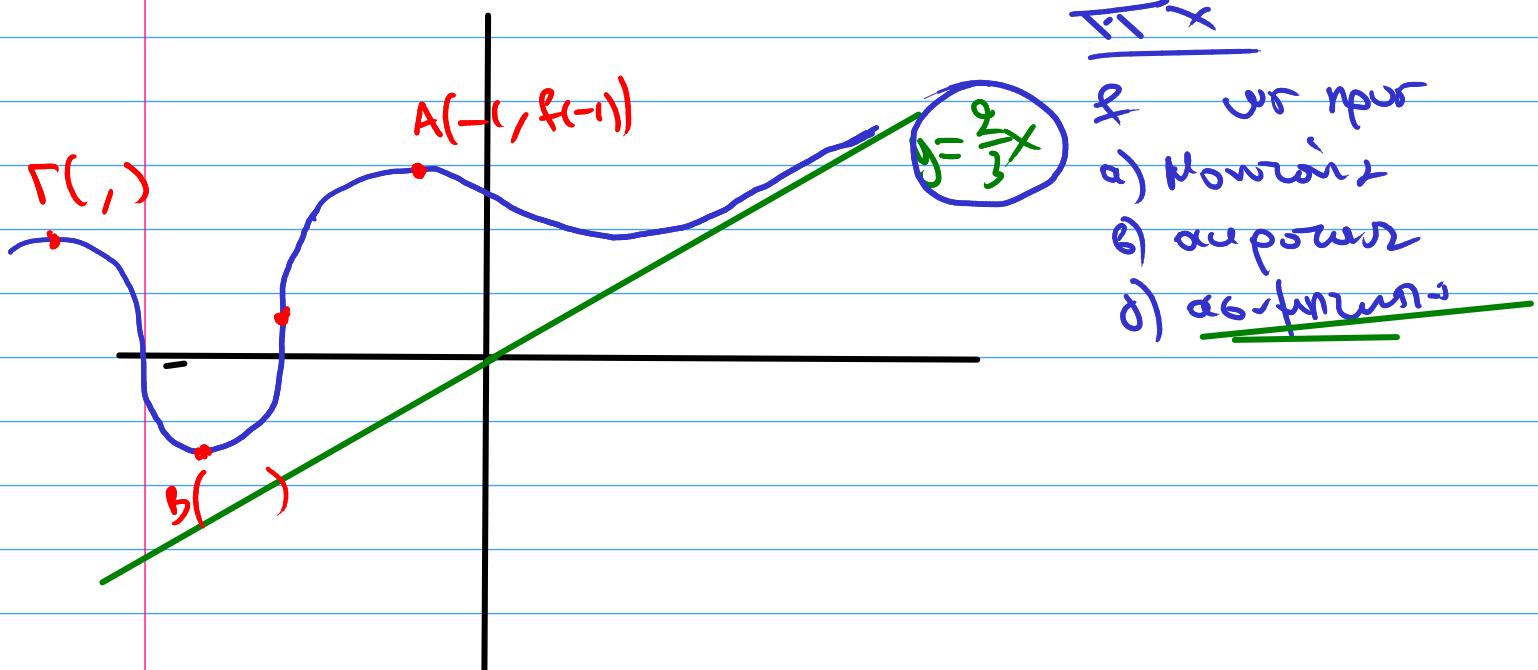
✓ 4o Μελετούμε τη "συμπεριφορά" της συνάρτησης στα ακρα των διαστημάτων του πεδίου ορισμού της (οριακές τιμές, ασύμπτωτες, κτλ.)

5o Συγκεντρώνουμε τα παραπάνω συμπεράσματα σ' ένα συνοπτικό πίνακα που λέγεται και πίνακας μεταβολών της f και με τη βοήθεια του χαράσσουμε τη γραφική παράσταση της f . Για καλύτερη σχεδίαση της C_f κατασκευάζουμε έναν πίνακα τιμών της f .

6o Συμμετρίες (άριστα / περιπτή / παρωντική)

Το σημείο της γραφής (το χέρι της γραφής)

Πινακισμός
πράσινος



ΤΙΧ

ξ ωρη πρω

α) Νονωντικ

β) αυρσων

δ) αεριψηντικ

1) Na given function $f(x) = x + \sqrt{1+x^2}$

$D_f = \mathbb{R}$ owing \mathbb{R}

$$f'(x) = \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ since} \\ \sqrt{x^2+1} > \sqrt{x^2} = |x| \geq -x \end{array} \right\} \text{Ons zu } f \nearrow \mathbb{R}$$

$$f''(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Der Exponenten $\sqrt{x^2+1}$ verhindert asymptotische Verzweigungen

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}\right) \stackrel{x \rightarrow \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{\cancel{x}}\right) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1 - x^2}{\sqrt{x^2+1} + x} \stackrel{x \rightarrow \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + 1)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} \right) = 0 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

also $y=2x$ ist eine Asymptote für $x \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{1+x^2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - \sqrt{1+x^2}} \stackrel{x \rightarrow 0}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x(1 + \sqrt{1/\frac{1}{x^2}})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1/x^2}} = 0 \cdot \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

also $y=0$ ist eine Asymptote für $x \rightarrow -\infty$

$$\boxed{f(0) = 1}$$

A hand-drawn graph illustrating the behavior of a function f at the boundaries of its domain. The horizontal axis represents the variable x , with labels $-\infty$ and ∞ . The vertical axis represents the function value f .

- Left Boundary ($x \rightarrow -\infty$):** The graph shows $f(x)$ approaching 0 from below, $f'(x)$ being positive, and $f''(x)$ being positive.
- Right Boundary ($x \rightarrow \infty$):** The graph shows $f(x)$ increasing without bound, $f'(x)$ being positive, and $f''(x)$ being positive.

