

1 Τα "σωστό-λάθος" των εξετάσεων

(α') 2002

1.1 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη στο $[\alpha, \beta]$ και συνεχής στο (α, β) παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή

β) Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη

γ) Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

(ημερήσια)

1.2 [A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 , τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό

β) Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

ε) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

στ) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

(εσπερινά)

1.3 [A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα

β) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος *Rolle*

γ) Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in [\alpha, \beta]$, ισχύει $f'(x_0) = 0$

δ) Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = 0$, τότε:

$$f(\alpha)f(\beta) < 0$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

(β') 2003

1.4 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν ισχύει:

$$f''(x) > 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε η f είναι κυρτή στο Δ

β) Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτόμενη ευθεία της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ , βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της f , με εξαίρεση του σημείου επαφής τους

γ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 το οποίο είναι εσωτερικό του Δ , αν $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0

(ημερήσια)

1.5 [A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν δύο μεταβλητά μεγέθη x, y συνδέονται με την σχέση $y = f(x)$, όπου f είναι μια παραγωγίσιμη συνάρτηση στο x_0 , τότε ονομάζουμε ρυθμό μεταβολής του y ως προς x στο σημείο x_0 , την παράγωγο $f'(x_0)$

β) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f

γ) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}$$

(εσπερινά)

1.6 [A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f

β) Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1 όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 = x_2, \text{ τότε } f(x_1) = f(x_2)$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

(γ) 2004

1.7 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \ell$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$$

γ) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν $f'(x) > 0$, για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ

(ημερήσια)

1.8 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω f, g δύο συναρτήσεις οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ . Αν ισχύει:

$$f'(x) = g'(x), \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε υπάρχει σταθερά $c \in \mathbb{R}$ τέτοια, ώστε:

$$f(x) = g(x) + c, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

β) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ , όταν για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$, με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και ισχύει:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}, \text{ για κάθε } x > 0$$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 , τότε ο συντελεστής διεύθυνσης λ της εφαπτόμενης ευθείας της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι $\lambda = f'(x_0)$

(εσπερινά)

1.9 [A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

(δ') 2005

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

δ) Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 και ισχύει $f(x) \geq 0$ κοντά στο x_0 , τότε ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[k]{f(x)} = \sqrt[k]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}, \text{ με } k \in \mathbb{N}^* - \{1\}$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.10 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ισχύει:

$$f'(x) = -\eta\mu x, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει:

$$f'(x) = 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε η f είναι σταθερή στο Δ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει:

$$f'(x) < 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.11 [A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό

β) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Η f είναι κυρτή στο Δ , αν η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο εσωτερικό του Δ

γ) Έστω f μια 1-1 συνάρτηση και C, C' οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} στο ίδιο σύστημα αξόνων. Τότε οι γραφικές παραστάσεις C, C' είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

(ομογενείς)

1.12 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν $f(\alpha) < 0$ και υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(\xi) = 0$, τότε $f(\beta) > 0$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων για τις οποίες υπάρχει το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$$

τότε υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

γ) Αν η συνάρτηση f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο A ανήκει και στην γραφική παράσταση της f^{-1}

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

ε) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ , τότε αυτή είναι ή θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(ημερήσια)

1.13 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 \neq x_2, \text{ τότε } f(x_1) \neq f(x_2)$$

β) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ολικό ελάχιστο το $f(x_0)$, αν ισχύει:

$$f(x) < f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και κοντά στο x_0 ισχύει $f(x) \leq g(x)$, τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα (α, β) , τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$$

(εσπερινά)

1.14 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Τα εσωτερικά σημεία ενός διαστήματος Δ , στα οποία μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη ή η παράγωγός της είναι ίση με μηδέν, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ

β) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , αν η f είναι κυρτή στο (α, x_0) και κοίλη στο (x_0, β) (ή αντιστρόφως), τότε το σημείο $M(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f

γ) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g \neq g \circ f$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.15 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = -\infty$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

γ) Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 , τότε για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$, ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (\kappa f(x)) = \kappa \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.16 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 , τότε ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$$

β) $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$

γ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m

(ομογενείς)

(ε') 2006

1.17 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

β) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει:

$$(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$$

(ημερήσια)

1.18 **A2** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα Δ και ισχύει $f(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \Delta$. Αν $x_0 \in \Delta$ και ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

β) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(0, +\infty)$ και ισχύει:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \text{ για κάθε } x > 0$$

δ) Αν ένα τουλάχιστον από τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \text{ ή } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$$

είναι $+\infty$ ή $-\infty$ τότε η ευθεία $x = x_0$ λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f

ε) Έστω f, g δύο συναρτήσεις οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ . Αν ισχύει:

$$f'(x) = g'(x), \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε υπάρχει σταθερά $c \in \mathbb{R}$ τέτοια, ώστε:

$$f(x) = g(x) + c, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

(εσπερινά)

1.19 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f(x_0)g'(x_0) - f'(x_0)g(x_0)}{g^2(x_0)}$$

β) Για κάθε $x \neq 0$, ισχύει:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$$

γ) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.20 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sin x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

(ομογενείς)

1.21 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ , παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ και γνησίως αύξουσα στο Δ , ισχύει:

$$f'(x) > 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι συνεχείς στο x_0 , η συνάρτηση $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0

γ) Αν $a > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$

(ημερήσια)

1.22 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία (παράλληλη στον άξονα x') τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m

δ) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει:

$$f'(x) = -\sigma\upsilon\nu x$$

(εσπερινά)

1.23 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω κάθε συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα σε ένα ανοιχτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα αυτό, είναι το διάστημα (A, B) , όπου:

$$A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) \text{ και } B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$$

γ) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε ισχύει:

$$f(x) = g(x), \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.24 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f

β) Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει:

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

γ) Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2, έχουν ασύμπτωτες

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.25 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$$

(ομογενείς)

(ζ) 2008

1.26 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη

Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύουν οι σχέσεις:

$$f^{-1}(f(x)) = x, \text{ για κάθε } x \in A \text{ και}$$

$$f(f^{-1}(y)) = y, \text{ για κάθε } y \in f(A)$$

β) Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσμιο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της

γ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο \mathbb{R} , ισχύει:

$$f''(x) > 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

(ημερήσια)

1.27 **A2** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ , τότε αυτή είναι ή θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσμιο στο διάστημα Δ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα (α, β) και ισχύει $f(\alpha) = f(\beta)$, τότε υπάρχει τουλάχιστον ένας $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f'(\xi) = 0$

(εσπερινά)

1.28 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1-1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες

β) Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτόμενη ευθεία της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ , βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της f , με εξαίρεση του σημείου επαφής τους

γ) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$ και ℓ ένας πραγματικός αριθμός. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - \ell) = 0$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.29 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιοσδήποτε συναρτήσεις f, g οι οποίες έχουν κοινό πεδίο ορισμού το σύνολο A , ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

β) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ ισχύει $f'(x) < 0$. Τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτόμενη ευθεία της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ , βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της f , με εξαίρεση του σημείου επαφής τους

(ομογενείς)

(η) 2009

1.30 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A θα λέμε ότι παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$ το $f(x_0)$ αν ισχύει:

$$f(x) \geq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

γ) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

(ημερήσια)

1.31 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[a, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα (a, β) , τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (a, \beta)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = \frac{f(\beta) - f(a)}{\beta - a}$$

(εσπερινά)

1.32 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση f είναι 1-1 αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

γ) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \epsilon\phi x$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σύνολο:

$$R_1 = \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$$

και ισχύει:

$$f'(x) = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}, \text{ για κάθε } x \in R_1$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.33 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι 1-1, είναι γνησίως μονότονη

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \ln|x|$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R}^* και ισχύει:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}^*$$

(ομογενείς)

1.34 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , τότε η παράγωγος της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα σε ένα ανοιχτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα αυτό, είναι το διάστημα (A, B) , όπου:

$$A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) \text{ και } B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sin x)' = \eta \mu x$

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

(ημερήσια)

1.35 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f είναι το σύνολο A των τετμημένων των σημείων της γραφικής παράστασης της f

β) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και για κάθε πραγματικό αριθμό x , ισχύει:

$$(cf(x))' = f'(x), \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

γ) Το σύνολο τιμών μιας συνεχούς συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ είναι το κλειστό διάστημα $[m, M]$, όπου m η ελάχιστη και M η μέγιστη τιμή της

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

(εσπερινά)

1.36 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Θεωρούμε την συνάρτηση:

$$f(x) = \alpha^x, \text{ με } \alpha > 0$$

Για κάθε $\alpha > 0$, ισχύει: $f'(x) = x\alpha^{x-1}$

β) Για οποιεσδήποτε δύο συναρτήσεις f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.37 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα

β) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$$

δ) Έστω $P(x)$ και $Q(x)$ δύο πολυώνυμα διάφορα του μηδενικού πολυωνύμου. Οι ρητές συναρτήσεις:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

με βαθμό του αριθμητή μεγαλύτερο τουλάχιστον κατά δύο του βαθμού του παρονομαστή, έχουν πλάγιες ασύμπτωτες

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.38 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $a > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$

β) Αν η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε ισχύει:

$$f^{-1}(f(x)) = x, \text{ για κάθε } x \in A$$

(ομογενείς)

(ι') 2011

1.39 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1 όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 \neq x_2, \text{ τότε } f(x_1) \neq f(x_2)$$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sin x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

(ημερήσια και εσπερινά)

1.40 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A θα λέμε ότι παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 \in A$ το $f(x_0)$ αν ισχύει:

$$f(x) \leq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ , τότε είναι 1-1 στο διάστημα αυτό

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

δ) Κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι, παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

(ημερήσια και εσπερινά επαναληπτικές)

1.41 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει:

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

γ) Αν $0 < a < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$

(ομογενείς)

(ια') 2012

1.42 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \eta\mu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\sigma\phi x)' = \frac{1}{\eta\mu^2 x}$$

(ημερήσια)

1.43 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

γ) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε ισχύει:

$$f(x) = g(x), \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

δ) Ένα τοπικό μέγιστο μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο

(εσπερινά)

1.44 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f

β) Αν $0 < a < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.45 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f

β) Για την πολυωνυμική συνάρτηση:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = a_0$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

δ) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.46 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sin x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$$

(ομογενείς)

(ιβ') 2013

1.47 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $|\eta\mu x| \leq |x|$

γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

δ) Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της

(ημερήσια και εσπερινά)

1.48 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = +\infty$

γ) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει:

$$(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.49 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = +\infty$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.50 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

β) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = +\infty$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0

(ομογενείς)

(ιγ') 2014

1.51 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

β) Για κάθε συνάρτηση που παρουσιάζει ολικό μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα

γ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως φθίνουσα και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , ισχύει:

$$f'(x) < 0, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

(ημερήσια)

1.52 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

β) Για κάθε συνάρτηση που παρουσιάζει ολικό μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα

γ) Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2 δεν έχουν ασύμπτωτες

δ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως φθίνουσα και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , ισχύει:

$$f'(x) < 0, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

(εσπερινά)

1.53 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

β) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$

γ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ , αν η f είναι κυρτή στο Δ , τότε:

$$f''(x) > 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο του } \Delta$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.54 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

β) Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε πάντοτε ισχύει $f \circ g = g \circ f$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα σε ένα ανοιχτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα αυτό, είναι το διάστημα (A, B) , όπου:

$$A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) \text{ και } B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$$

δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$
(εσπερινά επαναληπτικές)

1.55 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ , τότε είναι 1-1 στο διάστημα αυτό

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$
(ομογενείς)

(ιδ') 2015

1.56 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιεσδήποτε δύο συναρτήσεις f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

(ημερήσια)

1.57 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη

Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε πάντοτε ισχύει $f \circ g = g \circ f$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

(εσπερινά)

1.58 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

γ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.59 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

γ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει $|\eta\mu x| < |x|$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.60 **A3** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}_2 = \mathbb{R} - \{x \mid \eta\mu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\sigma\phi x)' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$$

(ομογενείς)

(ιε') 2016

1.61 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

β) Κάθε συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$$f'(x) = 0, \text{ για κάθε } x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$$

είναι σταθερή στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$

γ) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

δ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m

(ημερήσια)

1.62 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

β) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

γ) Κάθε συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$$f'(x) = 0, \text{ για κάθε } x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$$

είναι σταθερή στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$

δ) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

ε) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m

(εσπερινά)

1.63 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Αν $f(x) = \ln|x|$, για κάθε $x \neq 0$, τότε:

$$f'(x) = \frac{1}{|x|}, \text{ για κάθε } x \neq 0$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

δ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.64 [A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

δ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

ε) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.65 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Τι πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g \circ f$ αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού της f , για τα οποία το $f(x)$ ανήκει στο πεδίο ορισμού της g

γ) Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f

δ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως αύξουσα και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , ισχύει:

$$f'(x) > 0, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

(ομογενείς)

(ις') 2017

1.66 [A2] Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

“Κάθε συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής στο x_0 είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό”

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

[A4] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = 0$$

β) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α, Β αντίστοιχα, τότε η συνάρτηση $g \circ f$ ορίζεται αν:

$$f(A) \cap B \neq \emptyset$$

γ) Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει:

$$f'(x) \neq 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

δ) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$

ε) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ , μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι διάστημα (ημερήσια)

1.67 [A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = 0$$

β) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α, Β αντίστοιχα, τότε η συνάρτηση $g \circ f$ ορίζεται αν:

$$f(A) \cap B \neq \emptyset$$

γ) Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει:

$$f'(x) \neq 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

ε) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ , μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι διάστημα (εσπερινά)

1.68 [A2] Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

“Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , αν για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$ ισχύει $f''(x_0) = 0$, τότε το x_0 είναι θέση σημείου καμπής της C_f ”

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

[A3] Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση:

Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $f(\alpha)f(\beta) > 0$, τότε:

α) η εξίσωση $f(x) = 0$ δεν έχει λύση στο (α, β)

β) η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς μια λύση στο (α, β)

γ) η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον δύο λύσεις στο (α, β)

δ) δεν μπορούμε να έχουμε συμπέρασμα για το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 0$ στο (α, β)

A4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ τέτοια, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$

β) Αν ένα σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f , τότε το σημείο $M'(\beta, \alpha)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f^{-1}

γ) Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) , αν $f(\alpha) = f(\beta)$, τότε υπάρχει ακριβώς ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = 0$$

(ημερήσια-εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς)

(ιζ') 2018

1.69 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$, έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου

β) Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ , η οποία είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει:

$$f'(x) > 0, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

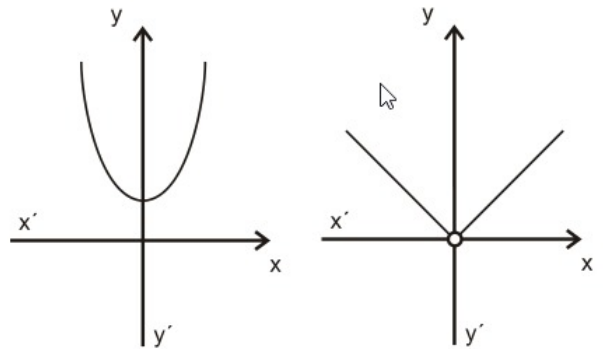
γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{x} = 0$

δ) Αν η συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

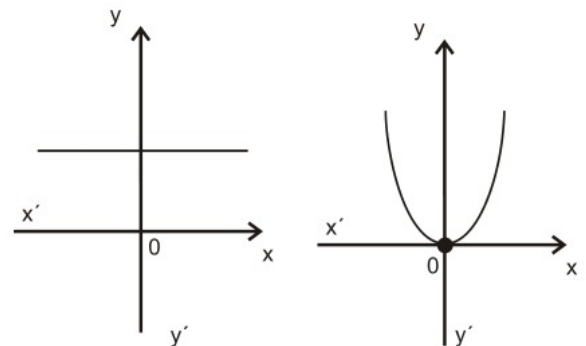
ε) Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f

(ημερήσια και εσπερινά)

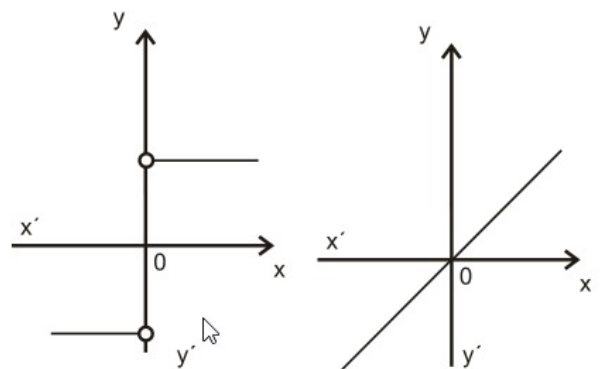
1.70 **A3** Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, F, G, H, T



(f) (g)



(F) (G)



(H) (T)

Να γράψετε στο τετράδιό σας ποια από τις συναρτήσεις F, G, H, T μπορεί να είναι η παράγωγος της συνάρτησης f και ποια της g

A4 Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

“Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty \text{ και } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$$

τότε $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = 0$

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

A5 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μπορεί να τέμνει μια ασύμπτωτή της

β) Αν μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο

γ) Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$, τότε ορίζεται η $f \circ g$ με πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$

(ημερήσια-εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς)

(ιη') 2019

1.71 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο σύνολο $A = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ με $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in A$, τότε η f είναι σταθερή στο A

β) Για κάθε συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, όταν υπάρχει το όριο της f καθώς το x τείνει στο $x_0 \in A$, τότε αυτό το όριο ισούται με την τιμή της f στο x_0

(ημερήσια)

1.72 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$,

των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα

β) Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

δ) Μια πολυωνυμική συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της

(ημερήσια-εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς)

(ιθ') 2020

1.73 **A3** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

“Για κάθε συνάρτηση f , ορισμένη, παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} , ισχύει $f'(x) > 0$ ”

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

A4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Για κάθε $v \in \mathbb{N}$ ισχύει: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2v+1}} = +\infty$

β) Αν f και g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A και B αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται, αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$

γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{|x|}, \text{ με } x \in \mathbb{R}$$

έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$

δ) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα

ε) Δίνεται ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ότι η γραφική της παράσταση είναι πάνω από τον άξονα $x'x$. Αν υπάρχει κάποιο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ της C_f , του οποίου η απόσταση από τον άξονα $x'x$ είναι μέγιστη (ή ελάχιστη), τότε σε αυτό το σημείο η εφαπτόμενη ευθεία της C_f είναι οριζόντια

(ημερήσια και εσπερινά-νέο σύστημα)

1.74 **A3** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

“Για κάθε συνάρτηση f με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty \text{ ή } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

A4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) > 0$, για κάθε x κοντά στο x_0

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο (α, β) και ισχύει $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε $f(\alpha) \neq f(\beta)$

γ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} , ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

(ημερήσια και εσπερινά-παλαιό σύστημα)

1.75 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = -\infty$

γ) Για κάθε συνάρτηση f , το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα, εφόσον υπάρχουν, είναι το ολικό μέγιστο της f

δ) $(\ln|x|)' = -\frac{1}{x}$, για κάθε $x < 0$

ε) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(ημερήσια, εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς-νέο σύστημα)

1.76 **A4** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

“Για κάθε συνάρτηση f , η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο \mathbb{R} , ισχύει $f''(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

A5 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και ισχύει $f(x) < g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0 , τότε ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

(ημερήσια και εσπερινά επαναληπτικές-παλαιό σύστημα)

1.77 **A4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και ισχύει $f(x) < g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0 , τότε ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m

δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, ισχύει:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$$

(ομογενείς-παλαιό σύστημα)



2 του Μάρτη, 2021

επιμέλεια: **Νίκος Σκομπής**
skobris@gmail.com