



**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ : ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ**

Σε αυτήν την ενότητα επιδιώκουμε :

- α. Να διαπιστώσουμε την ανεπάρκεια των μέτρων θέσης για την περιγραφή ενός δείγματος.
- β. Να μάθουμε ποια είναι τα μέτρα διασποράς και μεθόδους υπολογισμού τους.
- γ. Να διαπιστώσουμε την αναγκαιότητά τους για την περιγραφή ενός δείγματος.

1. Ο παρακάτω πίνακας μας παρουσιάζει πέντε διαφορετικά δείγματα μέτρησης μίας μεταβλητής ενός πληθυσμού :

*Μέτρα θέσης*

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

*Μεταία παρατηρήσεων*

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

*Διασπορά & Διακύμανση*

*συνολική απόκλιση*

	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ	$\bar{x}$	$\delta$	$s^2$	$s = \sqrt{s^2}$	$R = \text{επιφάνεια}$	CV
→ Δ1	8 9 10 11 12	10	10	$(8-10)^2 + (9-10)^2 + (10-10)^2 + (11-10)^2 + (12-10)^2 = 10$	5	$12-8=4$	$\frac{10}{5} = 2$
→ Δ2	8 10 10 10 12	10	10	8/5		4	
→ Δ3	4 7 10 13 16	10	10	$\frac{90}{5} = 18$		12	
→ Δ4	4 4 10 16 16	10	10	$\frac{144}{5} = 28,8$		12	
→ Δ5	1 3 10 17 19	10	10	52		18	

- α. Σε καθένα από τα δείγματα να υπολογιστεί η μέση τιμή και η διάμεσος δ. Τι παρατηρείτε; Είναι επαρκή τα μέτρα θέσης για την περιγραφή καθενός δείγματος;
- β. Να καταγράψετε τους τύπους υπολογισμού της **διασποράς - διακύμανσης** στον παρακάτω πίνακα :

	Μη ομαδοποιημένα δεδομένα	Ομαδοποιημένα δεδομένα
Ακέραια μέση τιμή		
Μη ακέραια μέση τιμή		

Στους παραπάνω τύπους έχουμε :

- n : μέγεθος του δείγματος
- $\bar{x}$  : μέση τιμή του δείγματος
- $t_i$  : διακεκριμένες τιμές της μεταβλητής
- $x_i$  : οι τιμές της μεταβλητής σε πίνακα συχνοτήτων ή κεντρικές τιμές κλάσεων
- $v_i$  : η απόλυτη συχνότητα κάθε μίας παρατήρησης  $x_i$ .

γ. Να υπολογίσετε τη διασπορά των παρατηρήσεων σε καθένα από τα δείγματα του αρχικού πίνακα.

**2. Παρατήρηση :** Όταν οι τιμές του δείγματος ΔΕΝ « διαφέρουν πολύ » από τη μέση τιμή τότε η διασπορά είναι μικρή/μεγάλη.

Συνεπώς, η διασπορά μεγαλώνει/μικραίνει, όταν οι τιμές των παρατηρήσεων είναι σκορπισμένες σε μεγάλη απόσταση από τη μέση τιμή.

**3.** Αν υποθέσουμε ότι οι τιμές της μεταβλητής Χ εκφράζονται σε μονάδες μ, τότε η διασπορά εκφράζεται σε μονάδες : ....., δηλαδή οι μονάδες της διασποράς είναι το ..... της αρχικής μονάδας.

Πώς θα μπορούσαμε να λύσουμε το συγκεκριμένο πρόβλημα της διασποράς με τις μονάδες μέτρησης;

α..... το οποίο μέτρο διασποράς ονομάζουμε : .....

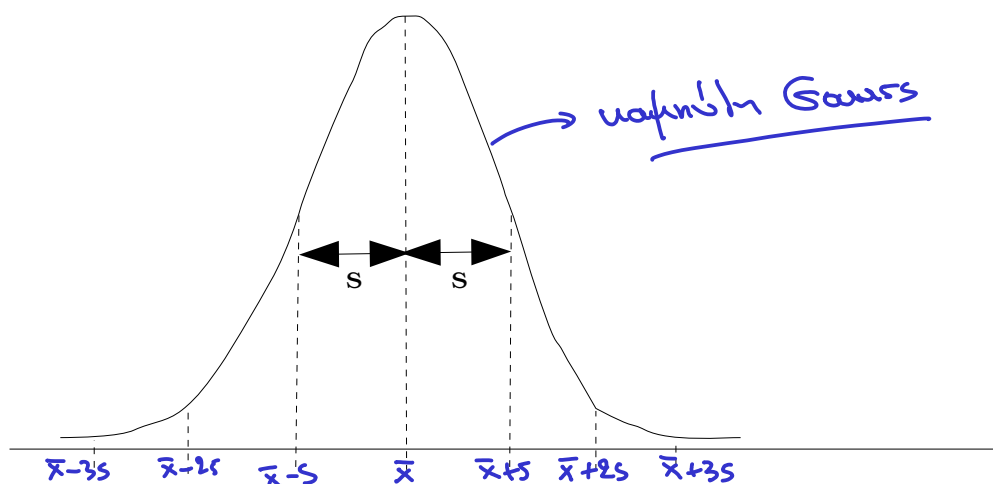
β..... το οποίο μέτρο διασποράς ονομάζουμε : .....

**4. Παρατηρήσεις:** Η ..... εκφράζεται στις ίδιες μονάδες μέτρησης με τη μεταβλητή και γι' αυτό μπορούμε να κάνουμε και συγκρίσεις.

**5.** Άλλος τρόπος εύρεσης της διασποράς του δείγματος - που έχουμε εξετάσει στα προηγούμενα - είναι το **εύρος R**, το οποίο είναι ίσο με ..... και έχει και αυτό το πλεονέκτημα ότι εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με την αρχική μεταβλητή, αλλά επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές του δείγματος.

**6. Κανονική κατανομή και τυπική απόκλιση\*\*\*:** Αν η καμπύλη συχνοτήτων ενός δείγματος γνωρίζουμε ότι ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή, τότε η τυπική απόκλιση μας δίνει πληροφορίες :  
το **68%** των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ .  
το **95%** των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ .  
το **99,7%** των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ .  
το **εύρος** ισούται με περίπου **έξι(6)** τυπικές αποκλίσεις.

Δηλαδή στο πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής έχουμε την εξής διαμέριση:



### 11. Εξάσκηση

α. Σε ένα δείγμα οι παρατηρήσεις προκύπτουν αν αυξήσουμε όλες τις

παρατηρήσεις ενός άλλου αρχικού δείγματος κατά τον ίδιο σταθερό αριθμό κ. Να βρείτε ποια σχέση έχουν οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις των δύο δειγμάτων.

β. Σε ένα δείγμα οι παρατηρήσεις προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε όλες τις παρατηρήσεις ενός άλλου αρχικού δείγματος κατά τον ίδιο σταθερό αριθμό κ. Να βρείτε ποια σχέση έχουν οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις των δύο δειγμάτων.

γ. Ασκήσεις Βιβλίο σελίδα 101 και εξής : 14,15,16,17,18,19.

## Παραδείγματα κανονικής κατανομής στην καθημερινότητα:

### 6. Κανονική κατανομή

Ανακάλυψε την «κανονική κατανομή» μέσα από την καθημερινότητά σου.



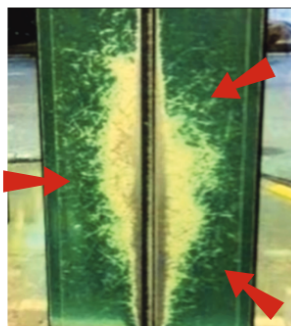
Τα **περισσότερα** άτομα τραβάνε τα χρήματά τους από το κεντρικό σημείο του μηχανήματος ανάληψης, όπως δείχνει το βελάκι. Γι' αυτόν τον λόγο η μεγαλύτερη φθορά έχει δημιουργηθεί στο **κέντρο**.



Μηχάνημα ανάληψης



Τα **περισσότερα** άτομα έχουν ένα μέσο ύψος και κατά φυσικό τρόπο πιέζουν την πόρτα στο σημείο που δείχνει το βελάκι. Γι' αυτόν τον λόγο η μεγαλύτερη φθορά έχει δημιουργηθεί στο **κέντρο**.



Εξωτερική πόρτα κτηρίου



**Λίγα άτομα** είναι πολύ ψηλά και πιέζουν την πόρτα κατά φυσικό τρόπο στο **πάνω μέρος**.



Ενώ **λίγα άτομα** είναι πιο κοντά και πιέζουν την πόρτα στο **κάτω μέρος**.

### Παρατήρηση:

Ποια από τις παρακάτω εικόνες σου θυμίζει την **πορτοκαλί και την μπεζ φθορά** που δείχνουν τα κόκκινα βελάκια στο «Μηχάνημα ανάληψης» και στην «Εξωτερική πόρτα του κτηρίου»;



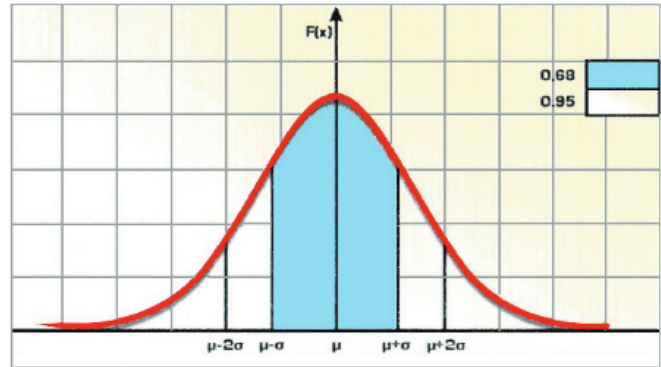
Κοίταξε γύρω σου, ανακάλυψε και περιέγραψε παρόμοιες εικόνες όπου σχηματίζεται, οριζόντια ή κάθετα, **το σχήμα της φθοράς ή της καμπάνας**, όπως απεικονίζεται στα παραπάνω σχήματα.

Τα στοιχεία στη φύση έχουν την τάση να κατανέμονται ακολουθώντας την καμπύλη της **κόκκινης γραμμής**, όπως φαίνεται στο σχήμα «Μηχάνημα ανάληψης». Επίσης, θα μπορούσαμε να τη διακρίνουμε στην καμπύλη που δημιουργείται από την φθορά στην «Εξωτερική πόρτα κτηρίου» και στη νοητή καμπύλη της «Πυραμίδας Πληθυσμού».

Ο όρος «**κανονική κατανομή**» χρησιμοποιείται για την παραπάνω περιγραφή και έχει το σχήμα **καμπάνας**.



Η **γραφική παράσταση** που περιγράφει όλα τα παραπάνω έχει την παρακάτω μορφή:



## ΠΥΡΑΜΙΔΑ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

(1 Ιανουαρίου 2017)

