# Ανάλυση παιχνιδιών, επιχειρηματολογία και λήψη αποφάσεων.

Πώς μέσα από το παιχνίδι μαθαίνουμε να παίρνουμε αποφάσεις. Συγκεκριμένα παραδείγματα.

Σάββατο 5 Νοεμβρίου 2022

Σωτήρης Δ. Χασάπης

3ο Συνέδριο: Το εκπαιδευτικό παιχνίδι και η τέχνη στην εκπαίδευση και στον πολιτισμό.

Email : shasapis@gmail.com
Site Web : www.arithmoi.gr

Πρότυπο Γενικό Λύκειο Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης

# Σχέδιο

## Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

## Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

## Ευχαριστίες

## Αναφορές



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Εν συντομία...

- Ένα παίγνιο, κατά τη θεωρία παιγνίων, είναι ένα παιχνίδι ανταγωνισμού στο οποίο εμπλέκονται δύο ή περισσότεροι παίκτες [5].
- Σε όλα τα παιχνίδια απαιτείται από τους παίκτες σε μικρότερο ή σε μεγαλύτερο βαθμό να πάρουν αποφάσεις.
- Στα παίγνια στρατηγικής δύο ή περισσότεροι παίκτες ανταγωνίζονται ή συνεργάζονται, ώστε να πετύχουν το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος.
- Επιπλέον αξίζει μελέτης και η συμπεριφορά των ατόμων σε καταστάσεις αλληλεξάρτησης, καθώς τα οφέλη μπορούν να εξαρτώνται από τις αποφάσεις όλων των μερών.
- Ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος είναι εκείνο στο οποίο ό,τι χάνει ο ένας παίκτης το κερδίζει ο άλλος.



Εισαγωγή
2 Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Το παιχνίδι Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Δύο ή περισσότεροι παίκτες παίζουν το παιχνίδι, επιλέγοντας με το χέρι τους ταυτόχρονα, ένα από τα τρία σχήματα Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

- Απλωμένη παλάμη: Χαρτί.



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

3 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Το παιχνίδι Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Δύο ή περισσότεροι παίκτες παίζουν το παιχνίδι, επιλέγοντας με το χέρι τους ταυτόχρονα, ένα από τα τρία σχήματα Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

- Απλωμένη παλάμη: Χαρτί.
- παλάμη σε μπουνιά: Πέτρα.



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
3 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Το παιχνίδι Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Δύο ή περισσότεροι παίκτες παίζουν το παιχνίδι, επιλέγοντας με το χέρι τους ταυτόχρονα, ένα από τα τρία σχήματα Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

- Απλωμένη παλάμη: Χαρτί.
- παλάμη σε μπουνιά: Πέτρα.
- Δυο δάκτυλα χωρισμένα τεντωμένα: Ψαλίδι



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
3 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Το παιχνίδι Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Δύο ή περισσότεροι παίκτες παίζουν το παιχνίδι, επιλέγοντας με το χέρι τους ταυτόχρονα, ένα από τα τρία σχήματα Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

- Απλωμένη παλάμη: Χαρτί.
- παλάμη σε μπουνιά: Πέτρα.
- Δυο δάκτυλα χωρισμένα τεντωμένα: Ψαλίδι
- Κερδίζουν κατά σειρά: Πέτρα → Ψαλίδι → Χαρτί → Πέτρα



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
3 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Παραδείγματα

Σχήμα: Χαρτί - Πέτρα



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

4 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

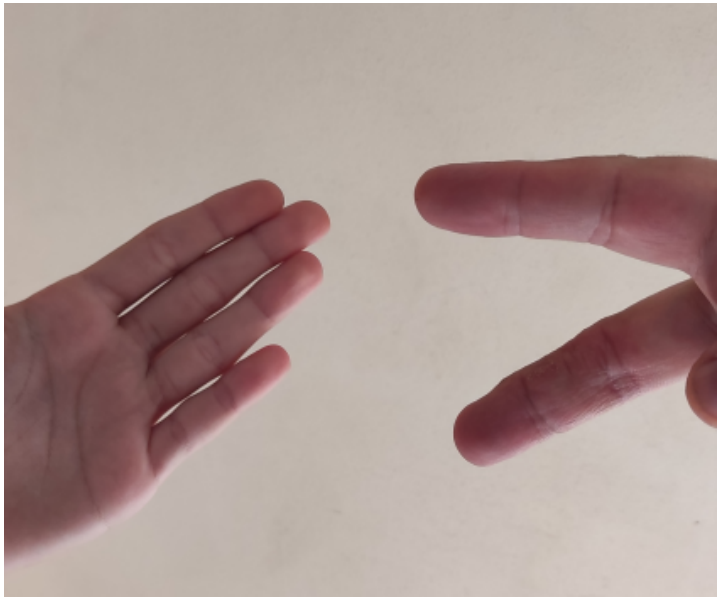
Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Παραδείγματα



Σχήμα: Χαρτί - Ψαλίδι



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

5 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Ισοπαλίες και νίκες

Σχήμα: Ισοπαλίες και νίκες



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

6 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

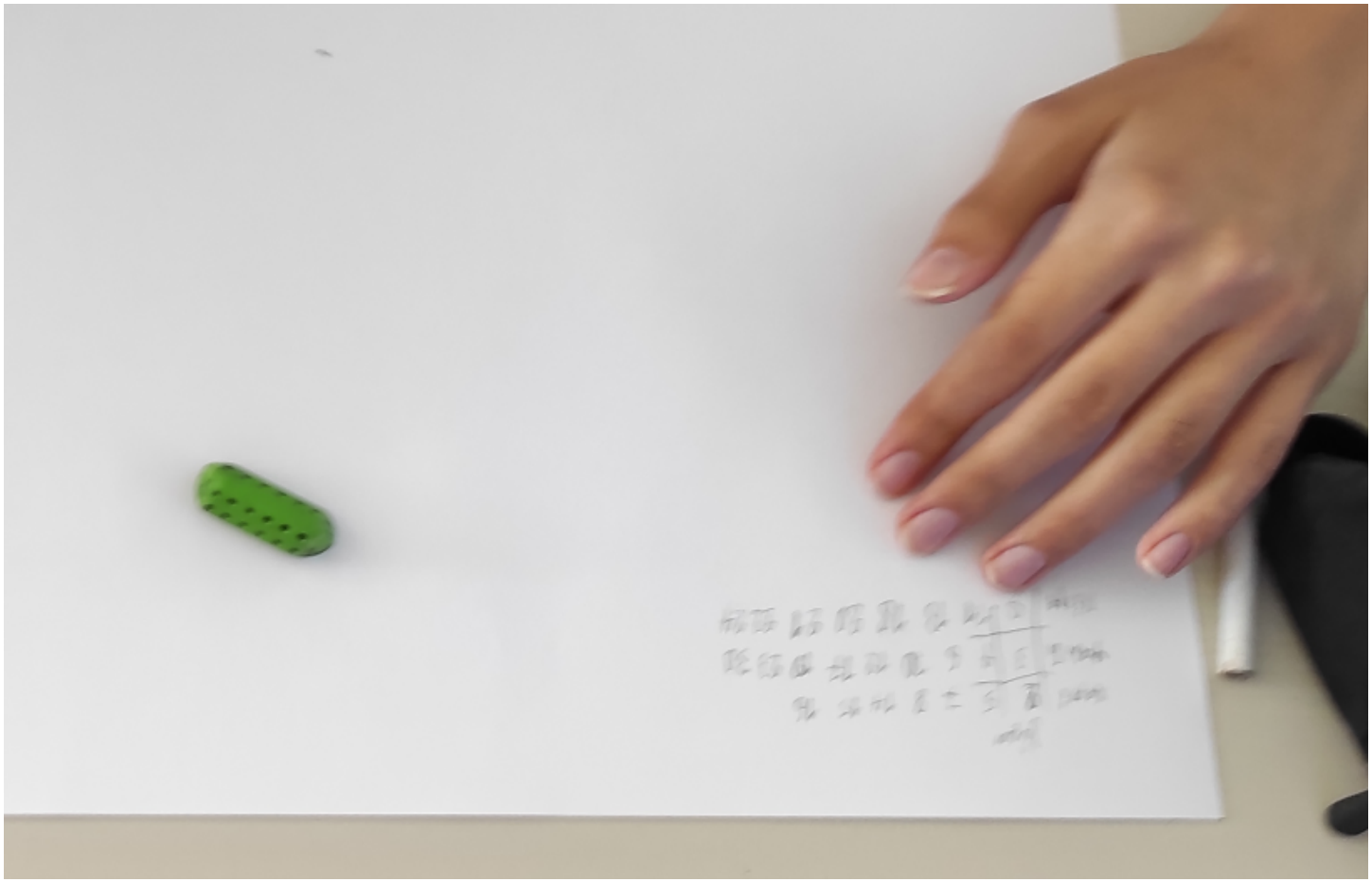
Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Μία πρώτη καταγραφή



Σχήμα: Καταγράφοντας τα αποτελέσματα



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

7 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Πίνακας κερδών

| | | |
|---|---|---|
| 0, 0 | -1, 1 | 1, -1 |
| 1, -1 | 0, 0 | -1, 1 |
| -1, 1 | 1, -1 | 0, 0 |

Σχήμα: Πίνακας κερδών

Σε αυτήν την περίπτωση του παιχνιδιού η δεν υπάρχει κάποια στρατηγική παρά ότι πρέπει να μοιράζονται εξίσου οι επιλογές του παίκτη σε 1/3 φορών η καθεμία, ώστε να μην υποψιαστεί ο αντίπαλος ότι ακολουθείται κάποια στρατηγική.



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

8 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Αλλαγή του σκηνικού...

Αν υποθέσουμε όμως ότι αλλάζουμε τα κέρδη σε καθεμία νίκη κάποιου σχήματος, πώς πρέπει να μεταβάλλει αυτό το στρατηγική μας·

- Νίκη πέτρας: 3 πόντοι
- Νίκη ψαλιδιού: 1 πόντος
- Νίκη χαρτιού: 2 πόντοι

Τότε για να είναι εφικτή η διατήρηση των κερδών και για τους δύο παίκτες, χωρίς να γίνει εμφανής κάποια στρατηγική προς τον αντίπαλο που θα οδηγούσε σε ήττα, μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι οι επιλογές θα είναι: 1/3 ψαλίδι, 1/2 χαρτί , 1/6 πέτρα.
Οι μαθητές για να το καταφέρουν αυτό θα χρειαστεί να δημιουργήσουν και να λύσουν ένα σχετικό σύστημα εξισώσεων.



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
9 Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Γεωμετρίες, παιχνίδια, κατανόηση και αποφάσεις

Η αλλαγή του πλαισίου λειτουργίας σε μία έννοια, μπορεί να γίνει καλύτερα κατανοητή, αν συνδεθεί με τις αλλαγές των κανόνων σε ένα αντίστοιχο παιχνίδι.

Οι αποφάσεις που πρέπει να λάβουν οι μαθητές, τόσο για τους κανόνες του νέου παιχνιδιού, όσο και για την προσαρμογή των πιθανών στρατηγικών επικράτησης μπορούν να εμβαθύνουν την κατανόηση.



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
10 Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Η Ευκλείδεια Γεωμετρία

Οι μαθητές Λυκείου μαθαίνουν ότι βασικότερο από τα αξιώματα της Γεωμετρίας που τέθηκε από τον Ευκλείδη και διαχωρίζει την Ευκλείδεια Γεωμετρία από άλλες είναι το 5ο Αίτημα (Ευκλείδειο Αίτημα)



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

11 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

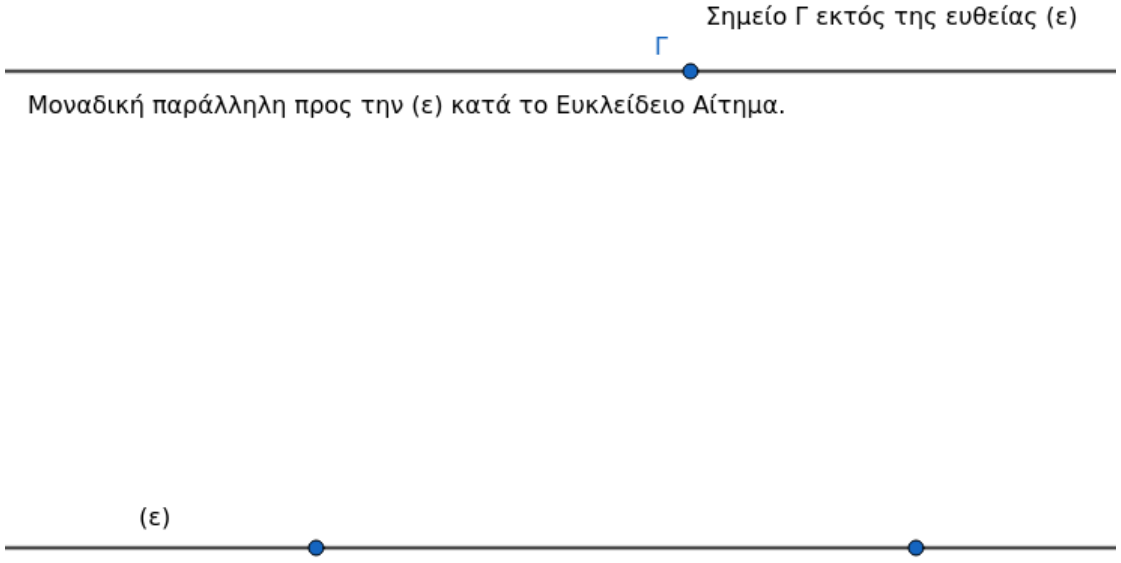
Ευχαριστίες

Αναφορές

# Το αξίωμα του Ευκλείδη

## 5ο Αίτημα του Ευκλείδη

Από κάθε σημείο του επιπέδου, εκτός μίας ευθείας, διέρχεται μοναδική παράλληλη προς αυτήν την ευθεία.




Σχήμα: Ευκλείδειο Αίτημα: Διατύπωση Playfair




Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

12 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες

Τι θα συνέβαινε, αν αντικαθιστούσαμε το Ευκλείδειο Αίτημα με κάτι διαφορετικό:

## Υπερβολική γεωμετρία

Από κάθε σημείο εκτός δοσμένης ευθείας διέρχονται τουλάχιστον δύο άλλες ευθείες παράλληλες προς αυτήν.



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

13 Υπερβολικό Σκάκι

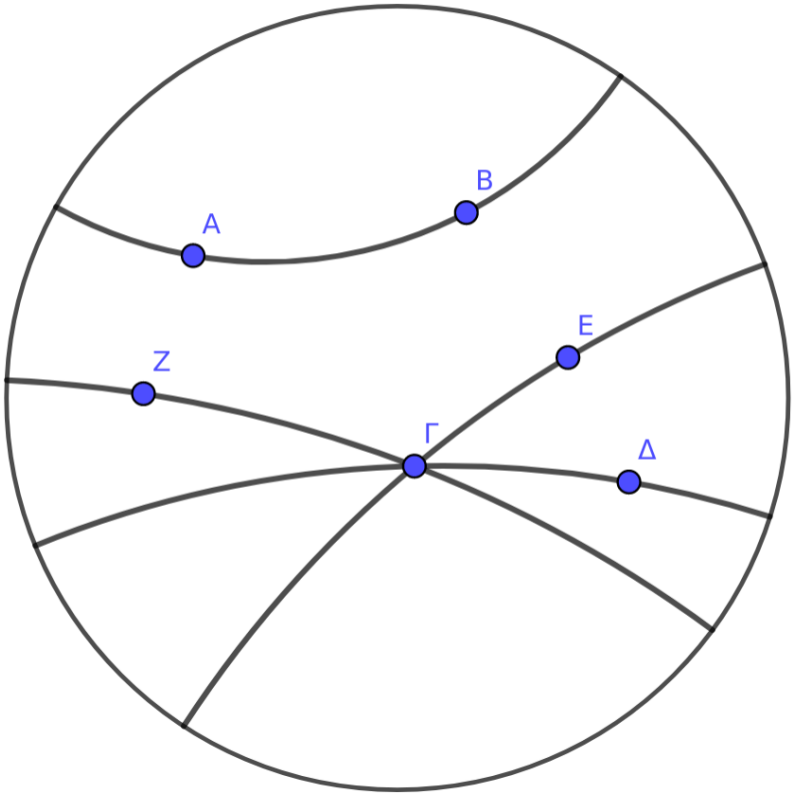
Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Δίσκος Poincare




Σχήμα: Δίσκος Poincare [3]

Από το σημείο Γ, εκτός της ευθείας ΑΒ, φαίνονται τρεις ευθείες παράλληλες προς αυτήν.




Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

14 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Γενίκευση κανόνων - «Νέοι Κόσμοι» όχι και τόσο νέοι...

Εδώ οι μαθητές βλέπουν έναν «νέο κόσμο» που ζει σε έναν κυκλικό δίσκο, όπου οι κανόνες είναι:

- Ο χώρος είναι ο κυκλικός δίσκος.



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

15 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Γενίκευση κανόνων - «Νέοι Κόσμοι» όχι και τόσο νέοι...

Εδώ οι μαθητές βλέπουν έναν «νέο κόσμο» που ζει σε έναν κυκλικό δίσκο, όπου οι κανόνες είναι:

- Ο χώρος είναι ο κυκλικός δίσκος.
- Ευθεία είναι κάθε τόξο «κάθετο» προς τον κύκλο



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

15 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Γενίκευση κανόνων - «Νέοι Κόσμοι» όχι και τόσο νέοι...

Εδώ οι μαθητές βλέπουν έναν «νέο κόσμο» που ζει σε έναν κυκλικό δίσκο, όπου οι κανόνες είναι:

- Ο χώρος είναι ο κυκλικός δίσκος.
- Ευθεία είναι κάθε τόξο «κάθετο» προς τον κύκλο
- Δύο παράλληλες ευθείες είναι αυτές που δεν έχουν κοινά σημεία



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

15 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Γενίκευση κανόνων - «Νέοι Κόσμοι» όχι και τόσο νέοι...

Εδώ οι μαθητές βλέπουν έναν «νέο κόσμο» που ζει σε έναν κυκλικό δίσκο, όπου οι κανόνες είναι:

- Ο χώρος είναι ο κυκλικός δίσκος.
- Ευθεία είναι κάθε τόξο «κάθετο» προς τον κύκλο
- Δύο παράλληλες ευθείες είναι αυτές που δεν έχουν κοινά σημεία
- Πολλές παράλληλες προς δοσμένη ευθεία ΑΒ διέρχονται από το σημείο Γ εκτός αυτής



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
15 Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Είναι νέος αυτός ο κόσμος;

- Όταν κινούμαστε στην επιφάνεια της γης, κινούμαστε «ευθύγραμμα» ;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

16 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Είναι νέος αυτός ο κόσμος;

- Όταν κινούμαστε στην επιφάνεια της γης, κινούμαστε «ευθύγραμμα» ;
- Υπάρχει μοναδικός δρόμος «παράλληλος» προς έναν άλλο δοσμένο ο οποίος να διέρχεται από κάποια διασταύρωση;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

16 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Είναι νέος αυτός ο κόσμος;

- Όταν κινούμαστε στην επιφάνεια της γης, κινούμαστε «ευθύγραμμα» ;
- Υπάρχει μοναδικός δρόμος «παράλληλος» προς έναν άλλο δοσμένο ο οποίος να διέρχεται από κάποια διασταύρωση;
- Στους κοίλους καθρέπτες στις διασταυρώσεις τα αυτοκίνητα τέμνουν όλους τους δρόμους που εμφανίζονται υποχρεωτικά;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

16 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Κοίλος Καθρέπτης κυκλοφορίας

Σχήμα: Κοίλος καθρέπτης κυκλοφορίας



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

17 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Κοίλος Καθρέπτης κυκλοφορίας σε δίσκο Poincare

Σχήμα: Κοίλος καθρέπτης κυκλοφορίας και ευθείες υπερβολικού δίσκου



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

18 Υπερβολικό Σκάκι

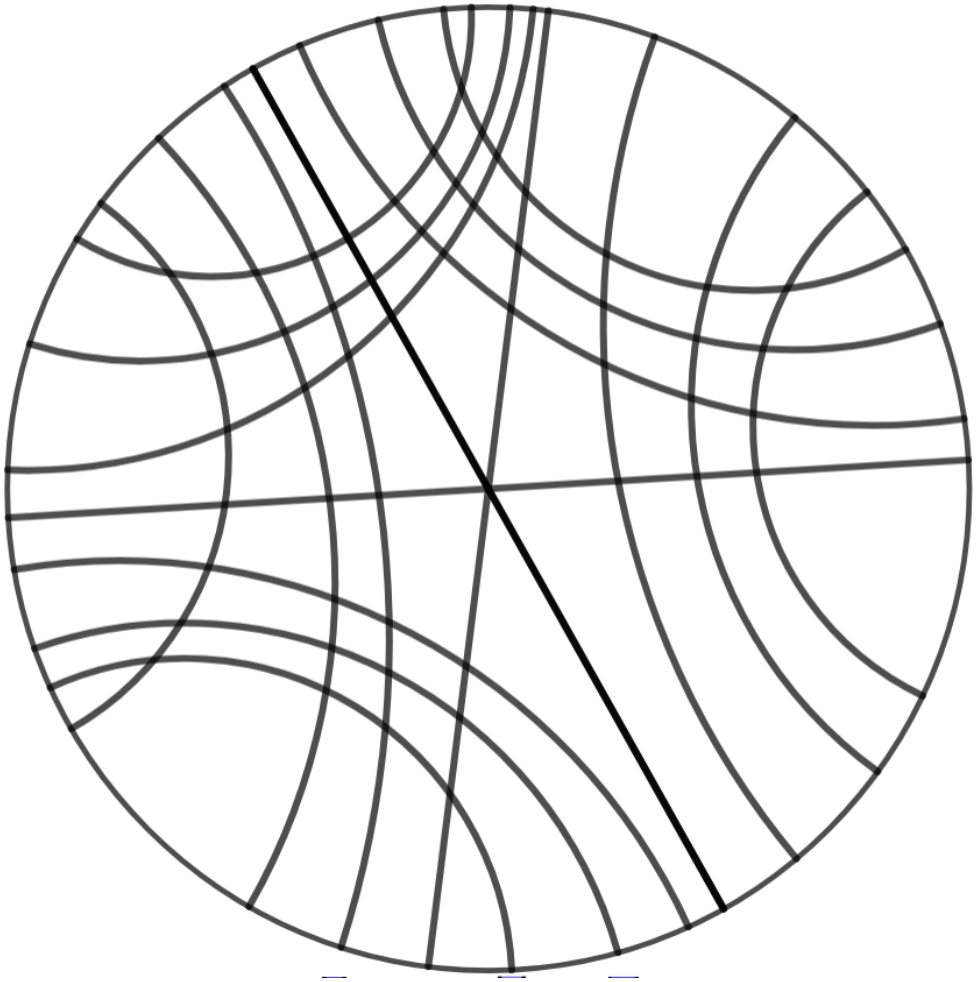
Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Σκάκι σε δίσκο Poincare



Σχήμα: Δημιουργία βάσης για σκάκι σε υπερβολικό δίσκο



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

19 Υπερβολικό Σκάκι

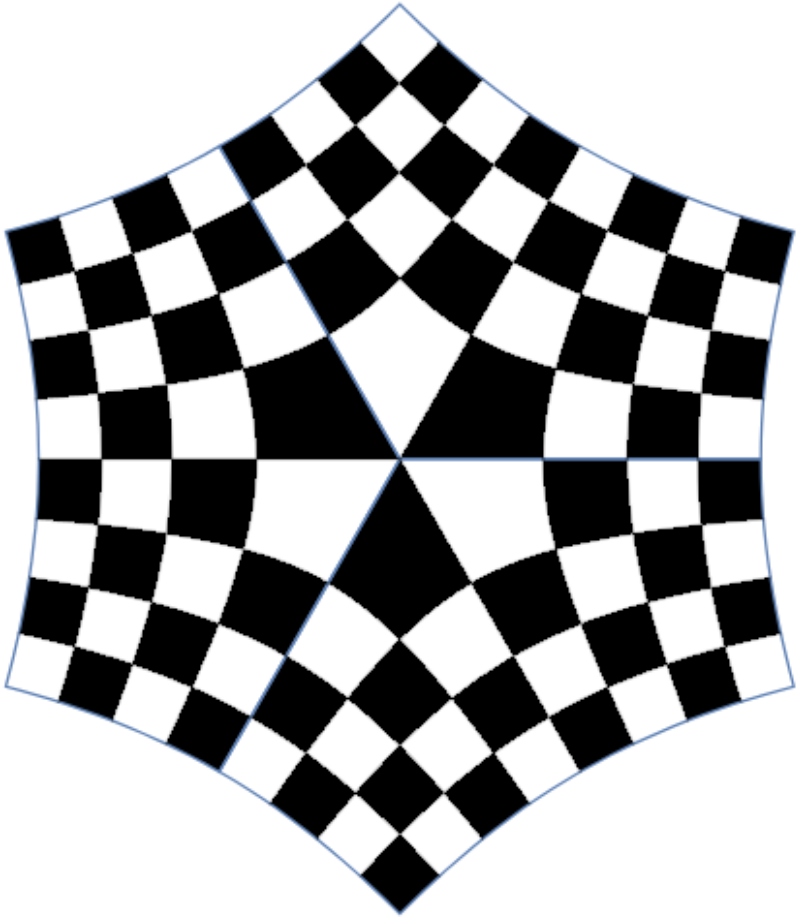
Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Σκάκι σε δίσκο Poincare



Σχήμα: Σκακιέρα σε υπερβολικό δίσκο για τρία άτομα



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

20 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες του παιχνιδιού

Η μεταβολή του χώρου του παιχνιδιού οδηγεί και σε αλλαγές:

- Ποιοι κανόνες του παιχνιδιού επηρεάζονται;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

21 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες του παιχνιδιού

Η μεταβολή του χώρου του παιχνιδιού οδηγεί και σε αλλαγές:

- Ποιοι κανόνες του παιχνιδιού επηρεάζονται;
- Πώς κινούνται τα κομμάτια του παιχνιδιού;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

21 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες του παιχνιδιού

Η μεταβολή του χώρου του παιχνιδιού οδηγεί και σε αλλαγές:

- Ποιοι κανόνες του παιχνιδιού επηρεάζονται;
- Πώς κινούνται τα κομμάτια του παιχνιδιού;
- Ποιες είναι οι ευθείες και ποιες οι διαγώνιοι;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

21 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες του παιχνιδιού

Η μεταβολή του χώρου του παιχνιδιού οδηγεί και σε αλλαγές:

- Ποιοι κανόνες του παιχνιδιού επηρεάζονται;
- Πώς κινούνται τα κομμάτια του παιχνιδιού;
- Ποιες είναι οι ευθείες και ποιες οι διαγώνιοι;
- Συνδέονται τα παραπάνω με την αλλαγή της γεωμετρίας;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

21 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες του παιχνιδιού

Η μεταβολή του χώρου του παιχνιδιού οδηγεί και σε αλλαγές:

- Ποιοι κανόνες του παιχνιδιού επηρεάζονται;
- Πώς κινούνται τα κομμάτια του παιχνιδιού;
- Ποιες είναι οι ευθείες και ποιες οι διαγώνιοι;
- Συνδέονται τα παραπάνω με την αλλαγή της γεωμετρίας;
- Πώς αλλάζουν οι στρατηγικές νίκης και οι αποφάσεις σε κάθε σημείο του παιχνιδιού;



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

21 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες του παιχνιδιού

Η μεταβολή του χώρου του παιχνιδιού οδηγεί και σε αλλαγές:

- Ποιοι κανόνες του παιχνιδιού επηρεάζονται;
- Πώς κινούνται τα κομμάτια του παιχνιδιού;
- Ποιες είναι οι ευθείες και ποιες οι διαγώνιοι;
- Συνδέονται τα παραπάνω με την αλλαγή της γεωμετρίας;
- Πώς αλλάζουν οι στρατηγικές νίκης και οι αποφάσεις σε κάθε σημείο του παιχνιδιού;

## Σύνδεση Αξιωμάτων και Κανόνων παιχνιδιού

Η σύνδεση της αλλαγής των αξιωμάτων της γεωμετρίας με τους κανόνες του παιχνιδιού παρουσιάζει κομβικό ενδιαφέρον, καθώς οι μαθητές κατανοούν την καινούρια έννοια παίζοντας και δημιουργώντας νέες στρατηγικές !



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

21 Υπερβολικό Σκάκι

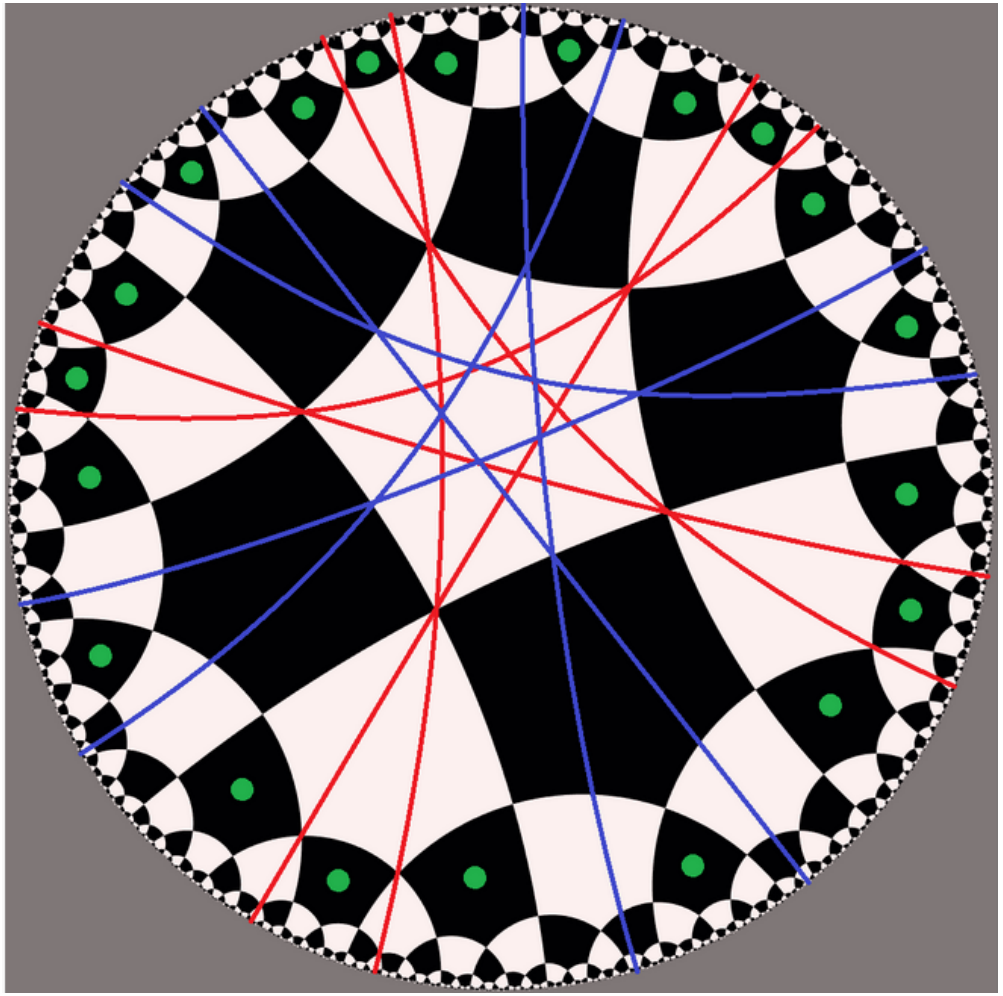
Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Οι κανόνες κίνησης



Σχήμα: Διαδρομές κίνησης των κομματιών [1]



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

22 Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Παίζοντας...

Σχήμα: Έτοιμοι για παιχνίδι!



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

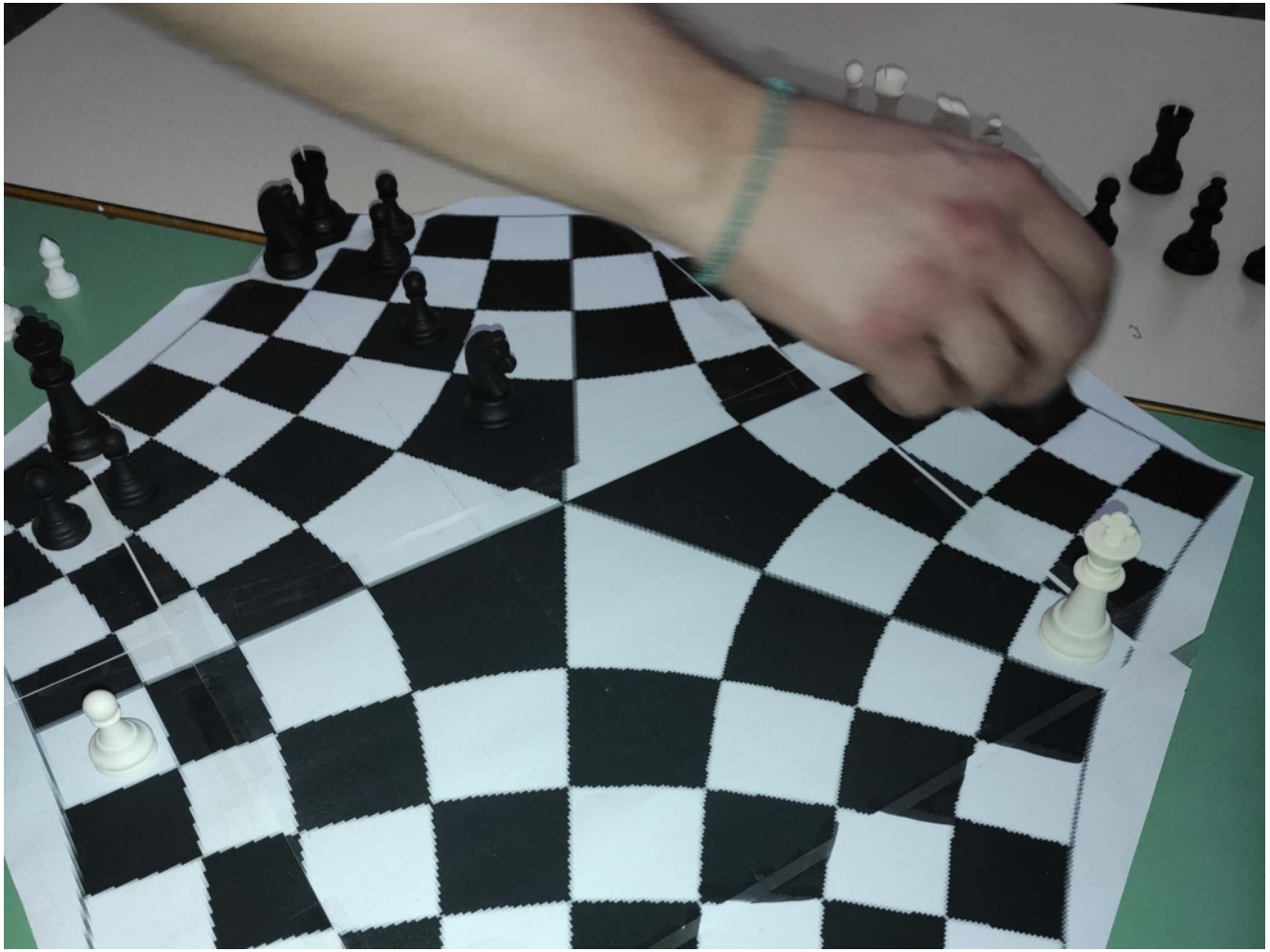
23 Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Παίζοντας 2...



Σχήμα: ...στην πράξη.



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

24 Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Ο νικητής...

Σχήμα: Ο νικητής !



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

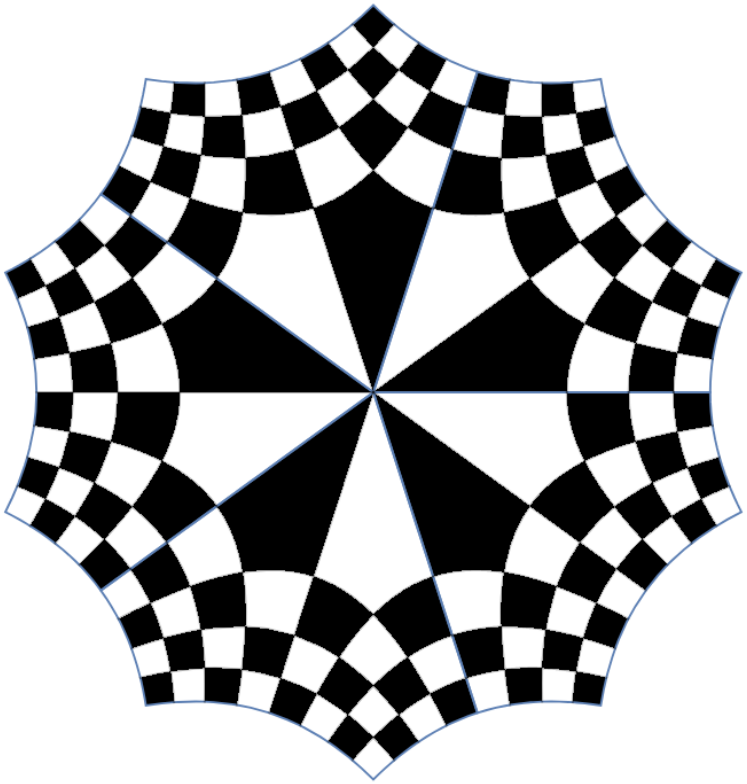
25 Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Μπορούμε παραπάνω παίκτες;



Σχήμα: Wolframalpha Demonstrations

Μία επίδειξη στο WolframAlfa Ανάκτηση: 3/11/2022



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

26 Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Υπερβολικές προσεγγίσεις του απείρου στην Τέχνη

Σχήμα: Circle Limit III by M.C. Escher. Collection of the National Gallery of Art. Φωτογραφία: Ι. Πετερσον

Ανάκτηση: 03/11/2022



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

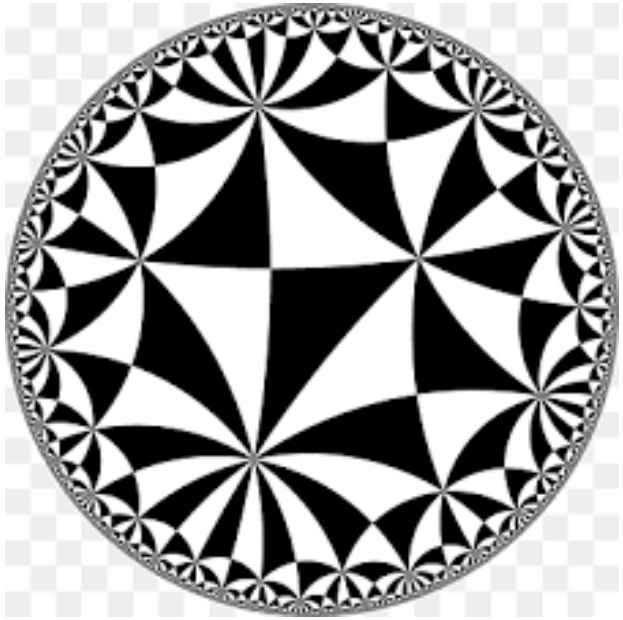
Παίζοντας στην τάξη.

27 Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Υπερβολικές προσεγγίσεις του απείρου στην Τέχνη ΙΙ



Ανάκτηση: 03/11/2022



Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

28 Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές

# Μαθησιακά αποτελέσματα

Προφανώς, η φαντασία των παιδιών, αλλά και καθενός διδάσκοντα μπορούν να βοηθήσουν στην επέκταση του παιχνιδιού σε νέες διερευνήσεις και στόχους, ανάλογα με την τάξη και τους στόχους των Π.Σ. Για παράδειγμα κανείς δεν απαγορεύει το συγκεκριμένο παιχνίδι να διαμορφωθεί για περισσότερους παίκτες όπως είδαμε.
Ο διδάσκων μπορεί απλά να διαμορφώσει κάθε φορά τα ερωτήματά του ανάλογα με τους στόχους που έχει για τα Μαθηματικά και την κίνηση στο ΠΣ της τάξης του. Κάτι που μπορεί να ξεκινά από τις μεσαίες τάξεις του Δημοτικού.
Η ουσία πάντα παραμένει στην ευχάριστη - συνεργατική διερεύνηση ενός προβλήματος στην τάξη.



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
29 Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

Για συζήτηση ή οποιαδήποτε διευκρίνιση μπορείτε να επικοινωνήσετε παρακάτω.

Σωτήρης Δ. Χασάπης

Πρότυπο ΓΕ.Λ. Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης
Μαθηματικός
*shasapis@gmail.com*

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!



Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
30 Ευχαριστίες
Αναφορές

# Αναφορές I


[1] Arbitersoftruth
*Hyperbolic Chess*
forum questions Ανάκτηση: 03/11/2022

[2] Beasley, John, D.
*The Mathematics of Games*,
Dover Publications, Mineola, New York, 2006 .

[3] Geogebra.org
Όλα τα σχήματα έχουν γίνει σε *Geogebra*,
Για το δίσκο Poincare Ανάκτηση: 30-10-2022

[4] Vajda, Steven
*Mathematical Games and How to Play Them*,
Dover Publications, Mineola, New York, 1992 .





Εισαγωγή
Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων
Παίζοντας και αποφασίζοντας
Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί
Υπερβολικό Σκάκι
Παίζοντας στην τάξη.
Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις
Ευχαριστίες
Αναφορές

# Αναφορές II


[5] Νεάρχου, Α.Χ.
Εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων,
Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα 2016.

[6] Ψειρίδου, Α., Λιανός, Θ.
Οικονομική Ανάλυση και πολιτική - Μικροοικονομική,
Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις, 2015.
Ανάκτηση: 30/10/2022https://hdl.handle.net/11419/2360





Εισαγωγή

Παιχνίδια και θεωρία παιγνίων

Παίζοντας και αποφασίζοντας

Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί

Υπερβολικό Σκάκι

Παίζοντας στην τάξη.

Αναζήτηση δραστηριοτήτων - Γενικεύσεις - Επεκτάσεις

Ευχαριστίες

Αναφορές