Παιχνίδια, Αριθμοί και Στρατηγικές

Σωτήρης Δ. Χασάπης
Μαθηματικός

Παίζοντας 1…

Δύο άτομα τοποθετούν στο θρανίο 22 καπάκια και στη συνέχεια εναλλάξ ο καθένας αφαιρεί ένα, δύο ή τρία από αυτά.

Κερδίζει το παιχνίδι όποιος πάρει τελευταίος.

Διερευνήσεις

- Υπάρχει πάντα νικητής;
- Μπορεί κάποιος από τους δύο παίκτες να βρει τρόπο, ώστε να κερδίζει πάντα;

ΤΩΡΑ ΠΑΙΖΟΥΜΕ

Ανάλυση Θέσεων

- Για να κερδίσει κάποιος πρέπει να βρει στο τραπέζι : 1 ή 2 ή 3 καπάκια : Θέση (1), (2) ή (3)
- Και πριν από αυτό;
- …
- Πώς θα «αναγκάσουμε» τον αντίπαλο να αφήσει 1, 2 ή 3 καπάκια;
- Θα πρέπει να του αφήσουμε 4 καπάκια.
- Και πριν από αυτό;
- Να του αφήσουμε 8 καπάκια …

Ανάλυση θέσεων

- Οπότε έχουμε μία σειρά «θέσεων ήττας» για τον αντίπαλο:
- (4) → (8) → (12) → (16) → (20) → …
- Έχει κάποιος από τους δύο παίκτες «στρατηγική νίκης» ;
- Μπορούμε να γενικεύσουμε;
  - Για παράδειγμα για 42 καπάκια; Για 420; 425;
- ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΝΙΚΗΣ: Αφήνουμε πολ 4
- Ο πρώτος παίκτης μπορεί να κερδίζει πάντα αν το αρχικό πλήθος δεν είναι πολ

Συνδυαστικά Παίγνια

- Παιχνίδια δύο παικτών
- Τέλεια πληροφόρηση
- Έλλειψη κινήσεων πιθανότητας
- Ίσως και συγκεκριμένοι κανόνες
- Σκάκι, ντάμα, τρίλιζα, go, nim…
- Υπάρχει αποτέλεσμα: Νίκη ενός παίκτη ή ισοπαλία
- Διαχωρισμός ως προς την πολυπλοκότητα: τρίλιζα….nim….Σκάκι

Ιστορία του NIM

- Προέλευση: μάλλον Κίνα
- Στα μέρη μας: 16ος αι.
- Charles Bouton αρχές 20ου αι.
- Διάφορες εναλλαγές
- Θεωρία συνδυαστικών παιγνίων
  - Προκαθορισμένα μοντέλα σύγκρουσης και συνεργασιών
- «Κλασσική» θεωρία παιγνίων
  - Εφαρμογές στα οικονομικά

Στρατηγικές

- Στρατηγική νίκης ΝΙΜ
  - Charles Bouton 1902
- Επιμέρους παίγνια
  - Ανάλυση σε μικρότερα προβλήματα – υποπροβλήματα
- Αναδρομικός τρόπος ορισμού – Μαθηματική Επαγωγή

Παίζοντας ΝΙΜ – Εκδοχή 1

Υπάρχουν δύο σωροί από καπάκια και δύο παίκτες οι οποίοι παίζουν εναλλάξ.

Σε κάθε κίνηση ο παίκτης μπορεί να αφαιρέσει όσα καπάκια θέλει από έναν μόνο σωρό.

Κερδίζει όποιος πάρει το τελευταίο(α) καπάκι(α)

Διερευνήσεις

- Υπάρχει πάντα νικητής;
- Μπορεί κάποιος από τους δύο παίκτες να βρει τρόπο, ώστε να κερδίζει πάντα;

ΤΩΡΑ ΠΑΙΖΟΥΜΕ με δύο σωρούς από 4 καπάκια ο καθένας

Αναλύοντας το ΝΙΜ

- Δύο σωροί με 4 καπάκια ο καθένας: (4,4)
- Σκεπτόμενοι «ανάποδα» - από το τέλος η θέση (1,1) είναι **θέση ήττας**.
- Οπότε και η θέση (2,2) ομοίως, αλλά γενικότερα η θέση (…, …) είναι θέση ήττας.
- Έχουμε στρατηγική νίκης;

Αναλύοντας το NIM

- Δύο σωροί με καπάκια: (5,4)
- Τώρα έχουμε επιμέρους παίγνιο να «πατήσουμε»
- Ποιο είναι αυτό;

Λύνοντας το NIM 2 σωρών

- Η θέση NIM (κ,λ) κερδίζει αν και μόνο αν κ≠λ.
- Τι γίνεται όμως αν έχουμε περισσότερους από δύο σωρούς;

«Εύκολες» περιπτώσεις

- (1,1,2)
- Ανάλυση επιλογών πρώτης κίνησης
  - (1,2), (1,1,1), (1,1)
  - Υπάρχουν «γνωστά» επιμέρους παίγνια που να δίνουν λύση στα παραπάνω;

Άλλες περιπτώσεις NIM

- (1,5,5)
- (2,2,6,6)
  - Στρατηγική αντιγραφής κινήσεων
  - = μέθοδος μιμητισμού - copycat
- (2,4,2,4)

Ευχαριστώ

Καλή συνέχεια.